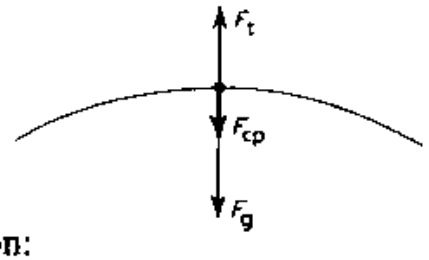
7.12. Mekkora annak a bolygónak a közepes sűrűsége, amelynek az egyenlítőjén a testek súlya 2,5%-kal kisebb, mint a sarkokon?
(A nap hossza 27,7 óra, a bolygó alakja szabályos gömb.)

Megoldás:

7.12. $T = 9{,}972 \cdot 10^4$ s; $2{,}5\%(F_t + 0{,}025 \cdot F_g = F_g)$;
$\gamma = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \dfrac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}$.

Az egyenlítőn lévő test egyenletes körmozgását a rá ható gravitációs erő és tartóerő biztosítja. A tartóerő az alátámasztás által a testre ható erő és ez Newton III. törvénye szerint egyenlő nagyságú (és ellentétes irányú) a test által az alátámasztásra ható erővel, vagyis a test súlyával.



(1) $F_g - F_t = F_{cp}$.
A tartóerő 2,5%-kal kisebb, mint a sarkokon:
(2) $F_t = 0{,}975 \cdot F_g$.
Az (1) és (2) együttesen:
$0{,}025 \cdot F_g = F_{cp}$.

$$0{,}025 \cdot \gamma \frac{M \cdot m}{r^2} = m \frac{v^2}{r}.$$

Egyszerűsítés, majd $v = \dfrac{2r\pi}{T}$ helyettesítés után a bolygó sűrűsége $\dfrac{M}{\frac{4r^3\pi}{3}}$ az összefüggésből kifejezhető:

$$\varrho = \frac{M}{\frac{4r^3\pi}{3}} = \frac{3\pi}{0{,}025\gamma T^2} = \underline{\underline{568{,}1 \dfrac{\text{kg}}{\text{m}^3}}}.$$